Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald
Institut für Mathematik und Informatik

# Verteidigung zur Diplomarbeit „Ein Kalkül paralleler Prozesse, Bisimulationen und Korrektheit“

vorgelegt von

Sebastian Wilhelmi

im Auftrag von

Prof. Dr. Christoph Bandt

Greifswald, den 25. April 1997

# Das Modell

In einem Raum sitzen mehrere Personen zusammen, die sich miteinander unterhalten Für sie gelten bei der Unterhaltung folgende Einschränkungen:

1. Es darf zu jedem Zeitpunkt nur eine der Personen sprechen.

2. Man kann nicht erkennen, wer gesprochen hat.

3. Alle Personen müssen dieselbe Sprache sprechen.

4. Die Auswahl des jeweiligen Sprechenden erfolgt zufällig gleichverteilt.

# Transitionen

Sei $\mathbf{P}_\alpha$ die Menge alle Prozesse über der Sprache $\alpha$. Auf ihr ist dann eine Familie von Relationen

$$T \subseteq \mathbf{P}_\alpha \times ((\alpha \cup \tau) \times \{?, !\} \cup (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \times \{:\}) \times \mathbf{P}_\alpha$$

definiert.

- $T \ni (p, w, !, p') \iff p \xrightarrow{w!} p'$, man sagt: $p$ kann $w$ sagen und dabei zu $p'$ werden.

- $T \ni (p, w, ?, p') \iff p \xrightarrow{w?} p'$, man sagt: $p$ kann $w$ hören und dabei zu $p'$ werden.

- $T \ni (p, \delta, :, p') \iff p \xrightarrow{\delta:} p'$, man sagt: $p$ kann $\delta$ Zeiteinheiten vergehen lassen und dabei zu $p'$ werden.

# Bisimulationen

Eine Relation $\mathcal{R} \subseteq \mathbf{P}_\alpha \times \mathbf{P}_\alpha$ ist eine starke Bisimulation, wenn bei $p\mathcal{R}q$ für alle $u\ddagger \in \alpha_\mathcal{T} \times \{?, !\} \cup \mathbb{N} \times \{:\}$ gilt:

1. Wenn $p \xrightarrow{u\ddagger} p'$, dann $\exists q'$, so daß $q \xrightarrow{u\ddagger} q'$ und $p'\mathcal{R}q'$,

2. Wenn $q \xrightarrow{u\ddagger} q'$, dann $\exists p'$, so daß $p \xrightarrow{u\ddagger} p'$ und $p'\mathcal{R}q'$.

Die größte starke Bisimulation wird mit $\sim$ bezeichnet.

Eine Relation $\mathcal{R} \subseteq \mathbf{P}_\alpha \times \mathbf{P}_\alpha$ ist eine schwache Bisimulation, wenn bei $p\mathcal{R}q$ für alle $u\ddagger \in \alpha \times \{?, !\} \cup \mathbb{N} \times \{:\}$ gilt:

1. Wenn$p \xrightarrow{u\ddagger} p'$, dann $\exists q'$, so daß $q \xrightarrow{(\tau!)^*}\xrightarrow{u\ddagger} q'$ und $p'\mathcal{R}q'$,

2. Wenn $p \xrightarrow{\tau!} p'$, dann $\exists q'$, so daß $q \xrightarrow{(\tau!)^*} q'$ und $p'\mathcal{R}q'$,

3. Wenn $q \xrightarrow{u\ddagger} q'$, dann $\exists p'$, so daß $p \xrightarrow{(\tau!)^*}\xrightarrow{u\ddagger} p'$ und $p'\mathcal{R}q'$,

4. Wenn $q \xrightarrow{\tau!} q'$, dann $\exists p'$, so daß $p \xrightarrow{(\tau!)^*} p'$ und $p'\mathcal{R}q'$.

Die größte schwache Bisimulation wird mit $\approx$ bezeichnet

# Korrektheit

Ein in TCBS implementiertes Protokoll mit dem Sendeprozeß $p_A$ und dem Empfangsprozeß $p_B$ heißt dann korrekt, wenn gilt:

$$\text{Perfekt} \approx$$
$$L(\Phi_{\text{Prot}}(\text{TCBS}'(p_A | \text{Medium}_{N_B,V_A} | \text{Medium}_{N_A,V_B} | p_B)$$

Das perfekte Medium:

$$\text{Perfekt} := ?f_{\text{Perfekt}}$$

$$f_{\text{Perfekt}}(v) := \begin{cases} !<(B,d), \text{Perfekt}> & \text{falls } v = (A,d) \\ \text{Perfekt} & \text{sonst} \end{cases}$$

Das unsichere Medium:

$$\text{Medium}_{N,V} := ?f_{\text{Medium}_{N,V}}$$

$$f_{\text{Medium}_{N,V}}(v) := \begin{cases} \text{Übertrage}_{V,d} \,|\, \text{Medium}_{N,V} & \text{falls } v = (N,d) \\ \text{Medium}_{N,V} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\text{Übertrage}_{V,d} := \Phi_{\text{Übertrage}}(f_{\mathbf{0}}\&<(V,d), \mathbf{0}> | f_{\mathbf{0}}\&<Ignore, \mathbf{0}>)$$

$$\Phi_{\text{Übertrage}\uparrow}(v) := \begin{cases} v & \text{falls } v = (V,d) \\ \tau & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\Phi_{\text{Übertrage}\downarrow}(v) := \tau$$

# Der Algorithmus

1. Setze $\mathcal{R} := \emptyset$ und $\mathcal{R}_{\mathsf{Try}} := \{(p,q)\}$.

2. Ist $\mathcal{R}_{\mathsf{Try}} = \emptyset$, dann ist $\mathcal{R}$ die gesuchte schwache Bisimulation. Dann Abbruch.

3. Ansonsten nimm ein Paar $(p,q)$ aus $\mathcal{R}_{\mathsf{Try}}$ heraus und zu $\mathcal{R}$ hinzu. Dann nimm solche Paare $(p',q')$ zu $\mathcal{R}_{\mathsf{Try}}$ hinzu, daß die Bedingungen für die schwache Bisimulation bezüglich $(p,q)$ erfüllt sind. Es muß also für alle $u\ddagger \in \alpha \times \{?,!\} \cup \mathbb{N} \times \{:\}$ gelten, daß:

   - Wenn $p \xrightarrow{u\ddagger} p'$, dann $\exists q'$, so daß $q \xrightarrow{(\tau!)^*}\xrightarrow{u\ddagger} q'$ und $p'\mathcal{R}_{\mathsf{Try}}q'$ oder $p'\mathcal{R}q'$,

   - Wenn $p \xrightarrow{\tau!} p'$, dann $\exists q'$, so daß $q \xrightarrow{(\tau!)^*} q'$ und $p'\mathcal{R}_{\mathsf{Try}}q'$ oder $p'\mathcal{R}q'$,

   - Wenn $q \xrightarrow{u\ddagger} q'$, dann $\exists p'$, so daß $p \xrightarrow{(\tau!)^*}\xrightarrow{u\ddagger} p'$ und $p'\mathcal{R}_{\mathsf{Try}}q'$ oder $p'\mathcal{R}q'$,

   - Wenn $q \xrightarrow{\tau!} q'$, dann $\exists p'$, so daß $p \xrightarrow{(\tau!)^*} p'$ und $p'\mathcal{R}_{\mathsf{Try}}q'$ oder $p'\mathcal{R}q'$.

4. Ist eine der Bedingungen nicht zu erfüllen, sind die beiden Prozesse nicht schwach bisimuliert. Dann Abbruch.

5. Weiter in Schritt (2).